第2講　因数分解

§1 共通因数

要点整理 と 公式

要点1 因数分解

「因数分解」… 整式を，２つ以上の整式（１次以上）の「　　の形」で表すこと。

積を作っているそれぞれの式を，もとの式の「因数」という。

(ex) $x^2-x-20=(x+4)(x-5)$

x^2-x-20 の因数は「　　　　　」と「　　　　　」

※因数分解は，展開の逆の操作である。

ただし，展開は分配法則で必ずできるが，因数分解はいつでもできるとは限らない。

要点2 共通因数でくくる

「共通因数」… 整式において，各項に同じ因数があるとき，その因数を共通因数という。

(ex) $2x^2-6x=2x\cdot x-2x\cdot 3$　　…「　　　」が共通因数

整式の因数分解において，すべての項に共通な因数があれば，その共通因数をかっこの外に「　　　　　　　」。

(ex) $2x^2y-6xy^2=$

※因数分解においては，共通因数があればそれをすべてくくり出す必要がある。

$2x^2-6x=x(2x-6)$ は，変形としては正しいが，因数分解としては不十分。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1

(1)　次の式を因数分解せよ。

(i)　$15x^3-5x^2y$　　(ii)　$6a^2bc-9ab^2c+12abc^2$

(2)　次の式を因数分解せよ。

(i)　$(a-4)x+(a-4)y$　　(ii)　$(a-b)x^2+(b-a)y$

Point Pickup

因数分解の基本

因数分解は，まず「　　　　　　　　」でくくる。

共通因数が多項式の因数分解

因数分解において，共通因数が多項式の場合もある。展開は厳禁。

慣れないうちは同じものを「　　　　　　　　」とよい。

(ex)　$(a+b)x-(a+b)y$ を因数分解するとき，$a+b=A$ とおくと

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§2 因数分解の公式

要点整理 と 公式

要点3 因数分解の公式(1)

整式がある特別な形をしているとき,「因数分解の公式」を使って因数分解することができる。

展開の公式①, ②, ③を逆にみると, 以下の公式が得られる。

■ 因数分解の公式

① $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

② $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

③ $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

(ex) $x^2+6x+9=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿

$x^2-4x+4=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿

$x^2-16=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿

展開の公式④を逆にみると, 以下の公式が得られる。

■ 因数分解の公式

④ $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

(ex) $x^2-2x-15=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

（1）　次の式を因数分解せよ。

（i）　$x^2+8xy+16y^2$　　（ii）　$9x^2-12xy+4y^2$

（iii）$25x^2-49$　　（iv）$16x^2-y^2$

（2）　次の式を因数分解せよ。

（i）　x^2+6x+5　　（ii）　x^2+x-6

（iii）$x^2-8xy+15y^2$　　（iv）$x^2-13xy+30y^2$

Point Pickup

公式による因数分解

因数分解の公式が使える形を見抜き，公式を利用する。

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$　　$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$　　$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

x^2+Ax+Bの因数分解

①　積が B となる２数 a，b を考える。

②　２数の和 $a+b$ が A となれば，$(x+a)(x+b)$と因数分解できる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§3 たすきがけによる因数分解

要点整理 と 公式

要点4 因数分解の公式(2)

展開の公式⑤を逆にみると，以下の公式が得られる。

■ 因数分解の公式

⑤　$acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$

（ex）$8x^2+10x+3$

$=4\cdot 2x^2+(4\cdot 1+3\cdot 2)x+3\cdot 1$

$=(4x+3)(2x+1)$

この形の因数分解には「　　　　　　　　」という手法を使うとよい。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

次の式を因数分解せよ。

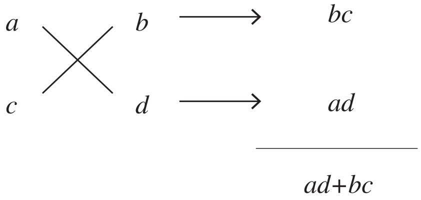
(1)　$5x^2+7x+2$　　(2)　$4x^2-8x+3$

(3)　$2x^2+x-6$　　(4)　$6x^2+5x-6$

(5)　$12x^2-13xy-4y^2$

Point Pickup

Ax^2+Bx+C の因数分解



①　積が A となる２数 a，c を考える。

②　積が C となる２数 b，d を考える。

③　「　　　　　　」を行い，

その「　　　　」$ad+bc$ が B となれば，$(ax+b)(cx+d)$ と因数分解できる。

(ex)　$2x^2+7x+3$ を因数分解する。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§4 ▶ いろいろな因数分解

要点整理 と 公式

要点5 おき換えによる工夫

（　　　）でくくられた式を，ある文字でおき換えることで，

「因数分解の公式」が使える形となる場合がある。

（ex）$(x+y)^2+4(x+y)+3$ を因数分解する。

$x+y=X$とおくと

$(x+y)^2+4(x+y)+3=$

要点6 1文字整理

複数の文字を含む式の因数分解は，１つの文字に「　　　　　」して整理する。

（ex）$xy+x+y+1$ を因数分解する。

x に着目すると

$xy+x+y+1=$

y に着目すると

$xy+x+y+1=$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

(1)　次の式を因数分解せよ。

(i)　$(x-y)^2-4(x-y)-12$　　(ii)　$(x-2y)^2+8(2y-x)+16$

(2)　次の式を因数分解せよ。

(i)　$ab-a+2b-2$　　(ii)　$x^2+xy+x+2y-2$

Point Pickup

おき換えによる因数分解

(　　　)でくくられた式や，同じ式を，ある文字でおき換えることで，

①「　　　　　　」としてくくり出す。

②「　　　　」を使う。

①，②のために，ある式を「　　　　　　」でくくり出す場合がある。

1文字整理

いずれか1つの文字に「　　　　」して整理し，因数分解する。

着目する文字によって次数が異なる場合は，最も次数が「　　　　」文字に着目するとよい。

$x^2+xy+2x+y+1$ は

x については_____次式，y については_____次式

→_____に着目するとよい。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第2講　確認テスト

1 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2-3xy-54y^2=(x+$ ア $y)(x-$ イ $y)$

(2) $2x^2-5x+2=($ ウ $x-$ エ $)(x-$ オ $)$

(3) $6x^2-5x-6=($ カ $x+$ キ $)($ ク $x-$ ケ $)$

(4) $a^2+ab+2a+4b-8=(a+$ コ $)b+a^2+2a-8$

$=(a+$ コ $)b+(a+$ サ $)(a-$ シ $)$

$=(a+$ ス $)(a+b-$ セ $)$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ Note }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第2講　因数分解

1

（1）（i）　$15x^3-5x^2y=5x^2\cdot 3x-5x^2\cdot y=5x^2(3x-y)$

（ii）　$6a^2bc-9ab^2c+12abc^2=3abc\cdot 2a-3abc\cdot 3b+3abc\cdot 4c=3abc(2a-3b+4c)$

（2）（i）　$a-4=A$　とおくと

$(a-4)x+(a-4)y=Ax+Ay=A(x+y)=(a-4)(x+y)$

（ii）　$a-b=A$　とおくと

$(a-b)x^2+(b-a)y=(a-b)x^2-(a-b)y$

$=Ax^2-Ay$

$=A(x^2-y)$

$=(a-b)(x^2-y)$

2

（1）（i）　$x^2+8xy+16y^2=x^2+2\cdot x\cdot 4y+(4y)^2=(x+4y)^2$

（ii）　$9x^2-12xy+4y^2=(3x)^2-2\cdot 3x\cdot 2y+(2y)^2=(3x-2y)^2$

（iii）　$25x^2-49=(5x)^2-7^2=(5x+7)(5x-7)$

（iv）　$16x^2-y^2=(4x)^2-y^2=(4x+y)(4x-y)$

（2）（i）　$x^2+6x+5=(x+1)(x+5)$

（ii）　$x^2+x-6=(x+3)(x-2)$

（iii）　$x^2-8xy+15y^2=(x-3y)(x-5y)$

（iv）　$x^2-13xy+30y^2=(x-10y)(x-3y)$

3

（1）　$5x^2+7x+2=(5x+2)(x+1)$

（2）　$4x^2-8x+3=(2x-1)(2x-3)$

（3）　$2x^2+x-6=(2x-3)(x+2)$

（4）　$6x^2+5x-6=(2x+3)(3x-2)$

（5）　$12x^2-13xy-4y^2=(4x+y)(3x-4y)$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

(1)　(i)　$x-y=X$　とおくと

$$(x-y)^2-4(x-y)-12=X^2-4X-12$$
$$=(X-6)(X+2)$$
$$=(x-y-6)(x-y+2)$$

(ii)　$(x-2y)^2+8(2y-x)+16=(x-2y)^2-8(x-2y)+16$

$x-2y=X$　とおくと

$$(x-2y)^2+8(2y-x)+16=X^2-8X+16$$
$$=(X-4)^2$$
$$=(x-2y-4)^2$$

(2)　(i)　$ab-a+2b-2=(b-1)a+(2b-2)$

$$=(b-1)a+2(b-1)$$
$$=(b-1)(a+2)$$
$$=(a+2)(b-1)$$

(ii)　$x^2+xy+x+2y-2=(x+2)y+(x^2+x-2)$

$$=(x+2)y+(x+2)(x-1)$$
$$=(x+2)(y+x-1)$$
$$=(x+2)(x+y-1)$$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第2講　確認テスト

1　次の式を因数分解せよ。

(1)　$x^2-3xy-54y^2=(x+$ ア $y)(x-$ イ $y)$

(2)　$2x^2-5x+2=($ ウ $x-$ エ $)(x-$ オ $)$

(3)　$6x^2-5x-6=($ カ $x+$ キ $)($ ク $x-$ ケ $)$

(4)　$a^2+ab+2a+4b-8=(a+$ コ $)b+a^2+2a-8$

$=(a+$ コ $)b+(a+$ サ $)(a-$ シ $)$

$=(a+$ ス $)(a+b-$ セ $)$

{ 解答 }

1　(1)　ア　6　　イ　9

(2)　ウ　2　　エ　1　　オ　2

(3)　カ　3　　キ　2　　ク　2　　ケ　3

(4)　コ　4　　サ　4　　シ　2　　ス　4　　セ　2

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。